http://www.hyvonline.com

Roll No. .....

AD–2708

B. Sc. (Part II) EXAMINATION, 2017

MATHEMATICS

Paper First

(Advanced Calculus)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : कुल पाँच प्रश्नों को हल कीजिये। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt *five* questions in all. *One* question from each Unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) सिद्ध कीजिये :

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{\{(n+1)(n+2).....(n+n)\}^{\frac{1}{n}}}{n}\right]=\frac{4}{e}$$

Prove that :

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{\{(n+1)(n+2).....(n+n)\}^{\frac{1}{n}}}{n}\right]=\frac{4}{e}$$

http://www.hyvonline.com

(ब) निम्नलिखित श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिये

$$\frac{x}{1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{x^5}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{x^7}{7}+.....$$

Test the convergence of the following series :

$$\frac{x}{1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{x^5}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{x^7}{7}+.....$$

2. (अ) निम्नलिखित श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिये

$$1+\frac{x}{2}+\frac{\lfloor 2}{3^2}x^2+\frac{\lfloor 3}{4^3}x^3+.....$$

Test the convergence of the following series :

$$1+\frac{x}{2}+\frac{\lfloor 2}{3^2}x^2+\frac{\lfloor 3}{4^3}x^3+.....$$

(ब) सिद्ध कीजिये कि अनन्त श्रेणी

$$\sum\frac{1}{n^P}=\frac{1}{1^P}+\frac{1}{2^P}+\frac{1}{3^P}+.....+\frac{1}{n^P}+....$$

अभिसारी है, यदि $P > 1$ और अपसारी है यदि $P \leq 1$.

Prove that the infinite series :

$$\sum\frac{1}{n^P}=\frac{1}{1^P}+\frac{1}{2^P}+\frac{1}{3^P}+.....+\frac{1}{n^P}+....$$

is convergent if $P > 1$ and divergent if $P \leq 1$.

इकाई—2

(UNIT—2)

3. (अ) सिद्ध कीजिये कि फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर संतत है, किन्तु $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है, जहाँ $|x|$ का अर्थ है, x का संख्यात्मक मान।

http://www.hyvonline.com

http://www.hyvonline.com

Prove that the function $f(x) = |x|$ is continuous at $x = 0$, but is not differentable at $x = 0$, where the meaning of $|x|$ is the numerical value of x.

(ब) सम एवं विषम फलन की परिभाषा दीजिये। दर्शाइये कि एक समाकलन का अवकलन सदैव एक विषम फलन है।

Define even and odd function. Show that the derivative of an even function is always an odd function.

4. (अ) सिद्ध कीजिये : (5)

$$\frac{F(x+h) + F(x-h) - 2F(x)}{h^2} = F''(x + \theta h)$$

Prove that :

$$\frac{F(x+h) + F(x-h) - 2F(x)}{h^2} = F''(x + \theta h)$$

(ब) यदि : (5)

$$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{\lfloor 2} f''(\theta x)$$

तो θ का मान ज्ञात कीजिये जब $x \to 1$ पर

$f(x) = 1 + (1 - x)^{5/2}$ |

If :

$$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{\lfloor 2} f''(\theta x),$$

then find out θ, when at $x \to 1$,

$f(x) = 1 + (1 - x)^{5/2}$.

http://www.hyvonline.com

http://www.hyvonline.com

इकाई—3
(UNIT—3)

5. (अ) यदि

$$u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x - y},$$

तो सिद्ध कीजिये कि :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (1 - 4\sin^2 u)\sin 2u$$

If

$$u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x - y},$$

then prove that :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (1 - 4\sin^2 u)\sin 2u$$

(ब) यदि $u = e^{xyz}$, तो सिद्ध कीजिये कि :

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} = \left(1 + 3xyz + x^2y^2z^2\right)e^{xyz}$$

If $u = e^{xyz}$, then prove that :

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} = \left(1 + 3xyz + x^2y^2z^2\right)e^{xyz}$$

6. (अ) समीकरण :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

का रूपान्तरण $z = 2 \log \tan (x/2)$ रखकर कीजिये।

http://www.hyvonline.com

http://www.hyvonline.com

http://www.hyvonline.com

Transform the equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

by substitution $z = 2 \log \tan (x/2)$.

(ब) यदि $z(x + y) = x^4 + y^4$ हो, तो सिद्ध कीजिये कि :

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 4\left(1 - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}\right)$$

If $z(x + y) = x^4 + y^4$, then prove that :

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 4\left(1 - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}\right)$$

इकाई—4
(UNIT—4)

7. (अ) सरल रेखाओं $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha . \cos \alpha$ के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिये, जहाँ कोण α प्राचल है।

Find the evvelope of the family of straight fines $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha . \cos \alpha$, where angle α is parameter.

(ब) परवलय $y^2 = 4ax$ का केन्द्रज ज्ञात कीजिये।

Find the evolute of the parabola $y^2 = 4ax$.

8. (अ) प्रतिबन्धों $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ तथा $lx + my + nz = 0$ के अंतर्गत $u = x^2 + y^2 + z^2$ के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिये। परिणाम की ज्यामितीय व्याख्या कीजिये।

Find the maxima and minima value of the function $u = x^2 + y^2 + z^2$ using the condition $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ and $lx + my + nz = 0$. Explain its geometrical representation.

http://www.hyvonline.com

(ब) सिद्ध कीजिये कि दिये हुए आयतन वाले सभी आयत फलकों में घन न्यूनतम पृष्ठ वाला होता है।

Prove that in all rectangular faces of given volume the cube is of miniumu surface.

इकाई—5
(UNIT—5)

9. (अ) $\int_0^1 x^m (1 - x^n)^p$ को बीटा फलन के पदों में व्यक्त कीजिये एवं $\int_0^1 x^5 (1 - x^3)^{10} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

Explain in the terms of β function of $\int_0^1 x^m (1 - x^n)^p$. Find the value of $\int_0^1 x^5 (1 - x^3)^{10} dx$.

(ब) मूल्यांकन कीजिये :

$$\int_1^3 \int_{1/x}^1 \int_0^{\sqrt{xy}} xyz \, dx \, dy \, dz$$

Evaluate :

$$\int_1^3 \int_{1/x}^1 \int_0^{\sqrt{xy}} xyz \, dx \, dy \, dz$$

10. (अ) द्विश: समाकल में समाकल का क्रम बदलिये :

$$\int_0^{2a} \int_{x^2/4a}^{3a-x} f(x, y) \, dx \, dy$$

Change the order of the integration :

$$\int_0^{2a} \int_{x^2/4a}^{3a-x} f(x, y) \, dx \, dy$$

http://www.hyvonline.com

http://www.hyvonline.com

(a) समाकल

$$\iiint x^{l-1}\, y^{m-1}\, z^{n-1}\, dx\, dy\, dz$$

का मान ज्ञात कीजिये जबकि :

$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ तथा $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 \leq 1.$

Find the value of the integral :

$$\iiint x^{l-1}\, y^{m-1}\, z^{n-1}\, dx\, dy\, dz$$

when :

$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ and $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 \leq 1.$

http://www.hyvonline.com

http://www.hyvonline.com

http://www.hyvonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

http://www.hyvonline.com