

**Paper Third : 2017 Annual
Vector Analysis and Geometry**

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

Trace the conic $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y = 0$ and find the co-ordinates of its foci and its eccentricity.

(ब) सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ शंकु का ध्रुवीय समीकरण है, जबकि नाभि ध्रुव है। Prove that the polar equation of a conic

$$\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta, \text{ where the focus is a pole.}$$

(स) शंकु $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ के बिन्दु ' α ' पर अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिये।

To find the equation of the normal at point ' α ' on the conic

$$\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta.$$

UNIT - 4

(अ) बिन्दु (1, 2, 3) से होकर जाने वाले और दिक् अनुपात 1, -3, 7 के समानुपातिक सहित सरल रेखा के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations of the straight line passing through the point (1, 2, 3) and direction ratio proportional to 1, -3, 7.

(ब) गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो गोलों $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 2z = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y - z + 10 = 0$ के समाक्ष है और बिन्दु (0, 1, 2) से होकर जाता है। Find the equation of the sphere which is coaxial with the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 2z = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y - z + 10 = 0$ and passes through the point (0, 1, 2).

(स) समतल $3x + y + 5z = 0$ और शंकु $6yz - 2zx + 5xy = 0$ की प्रतिच्छेद रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। Find the angle between the lines of section of the plane $3x + y + 5z = 0$ and the cone $6yz - 2zx + 5xy = 0$.

UNIT - 5 a2zSubjects.com

(अ) प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जबकि समतल $lx + my + nz = p$ परबलय $ax^2 + by^2 = 2cz$ को स्पर्श करता है।

To find the condition that the plane $lx + my + nz = p$ may touch the paraboloid $ax^2 + by^2 = 2cz$.

(ब) दर्शाइये कि पृष्ठ $yz + zx + xy = a^2$ का समतल $lx + my + nz = p$ द्वारा प्रतिच्छेद एक परबलय होगा, यदि $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$ ।

Show that the section of the surface $yz + zx + xy = a^2$ by the plane $lx + my + nz = p$ will be a parabola, if $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$.

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। All questions are compulsory. Solve any two parts of each question. All questions carry equal marks.

UNIT - 1

(अ) दर्शाइये कि सदिश a, b तथा c एक समतलीय हैं यदि और केवल यदि $a + b, b + c$, एवं $c + a$ समतलीय हैं।

Show that the vectors a, b and c are coplanar if and only if $a + b, b + c$ and $c + a$ are coplanar.

(ब) यदि $r = a \cos t i + a \sin t j + tk$, तो $\frac{dr}{dt}, \frac{d^2r}{dt^2}, \left| \frac{d^2r}{dt^2} \right|$ ज्ञात कीजिये।

If $r = a \cos t i + a \sin t j + tk$, then find $\frac{dr}{dt}, \frac{d^2r}{dt^2}, \left| \frac{d^2r}{dt^2} \right|$.

(स) यदि r किसी बिन्दु का स्थिति सदिश है तथा r उसका मापांक है, तो दर्शाइये कि :
If r and r have their usual meaning, show that :

$$\operatorname{div} (r^n r) = (n + 3) r^n$$

UNIT - 2

(अ) यदि $r(t) = 5t^2 i + t j - t^3 k$, दर्शाइए कि :

If $r(t) = 5t^2 i + t j - t^3 k$, show that :

$$\int_1^2 r \times \frac{d^2r}{dt^2} dt = -14i + 75j - 15k$$

(ब) स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जब $F = yi + zj + xk$ तथा पृष्ठ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का xy-समतल के ऊपर का भाग है।

Verify Stokes' theorem, when $F = yi + zj + xk$ and surface S is the part of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ above the xy-plane.

(स) $\int_C F \cdot dr$ का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ $F = xyi + (x^2 + y^2) j$ तथा C, $x = 2$ से $x = 4$ का x-अक्ष $y = 0$ से $y = 12$ तक सरल रेखा $x = 4$ है।

Evaluate $\int_C F \cdot dr$, where $F = xyi + (x^2 + y^2) j$ and C is the x-axis from $x = 2$ to $x = 4$ and the straight line $x = 4$ from $y = 0$ to $y = 12$.

UNIT - 3

(अ) शंकु $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y = 0$ का अनुरेखण कीजिये तथा इसकी नाभियों के निर्देशांक एवं इसकी उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिये।

(स) अतिपरवलयज $x^2 + 8y^2 + z^2 - 9yz + 14xz - 16xy - 6x - y + 4z - 2 = 0$ के बिन्दु $(1, 2, 3)$ पर स्पर्श तल का समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the equation of tangent plane at $(1, 2, 3)$ on the hyperboloid

$$x^2 + 8y^2 + z^2 - 9yz + 14xz - 16xy - 6x - y + 4z - 2 = 0.$$

a2zSubjects.com
