

CD-2650

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2019

MATHEMATICS

Paper Third

(Vector Analysis and Geometry)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any two parts from each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई-1

(UNIT-1)

1. (अ) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ क्रमशः असमतलीय सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के व्युत्क्रम सदिश हैं, तो सिद्ध कीजिये कि :

$$\vec{a}' \times \vec{b}' + \vec{b}' \times \vec{c}' + \vec{c}' \times \vec{a}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{\begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \end{vmatrix}}$$

[2]

CD-2650

If $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ are reciprocal vector of three non-coplanar vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ respectively, then prove that :

$$\vec{a}' \times \vec{b}' + \vec{b}' \times \vec{c}' + \vec{c}' \times \vec{a}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{\begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \end{vmatrix}}$$

(ब) यदि :

$$\vec{r} = \log(1+t^2)\hat{i} + \sin t \hat{j} - t^2 \hat{k}$$

हो, तो मान ज्ञात कीजिए :

(i) $\left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|$

(ii) $\left| \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right|$

If:

$$\vec{r} = \log(1+t^2)\hat{i} + \sin t \hat{j} - t^2 \hat{k}$$

then evaluate :

(i) $\left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|$

(ii) $\left| \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right|$

(स) यदि :

$$\vec{r} = xi + yj + zk$$

हो, तो दर्शाइये कि :

$$\text{grad } r^n = nr^{n-2} \vec{r}$$

If:

$$\vec{r} = xi + yj + zk$$

then show that :

$$\text{grad } r^n = nr^{n-2} \vec{r}$$

इकाई-2

(UNIT-2)

2. (अ) दिया गया है : <http://www.hyvonline.com>

$$\vec{r}(t) = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}, \text{ जब } t = 2$$

$$\vec{r}(t) = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}, \text{ जब } t = 3$$

दर्शाइये कि :

$$\int_2^3 \vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = 10.$$

Given that :

$$\vec{r}(t) = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}, \text{ when } t = 2$$

$$\vec{r}(t) = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}, \text{ when } t = 3$$

Show that :

$$\int_2^3 \vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = 10.$$

(ब) $\iint_S (yzi + xzj + xyk) \cdot d\vec{S}$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का पृष्ठ है, जो कि प्रथम अष्टांश में स्थित है।

Evaluate $\iint_S (yzi + xzj + xyk) \cdot d\vec{S}$, where S is sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ situated at first octant.

(स) गालस के प्रमेय को सत्यापित कीजिये और दर्शाइये कि :

$$\iint_S [(x^3 - yz)i - 2x^2y j + 2k] \cdot \hat{n} dS = \frac{1}{3} a^5$$

जहाँ S समतल $x = 0, x = a, y = 0, y = a, z = 0, z = a$ के द्वारा घिरे हुए घन का पृष्ठ दर्शाता है।

Verify Gauss theorem and show that :

$$\iint_S [(x^3 - yz)i - 2x^2y j + 2k] \cdot \hat{n} dS = \frac{1}{3} a^5$$

where S is the surface of a cube surrounded by the plane $x = 0, x = a, y = 0, y = a, z = 0, z = a$.

इकाई-3

(UNIT-3)

3. (अ) शांकव का अनुरेखण कीजिए :

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0$$

Trace the conic :

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0$$

(A-100)

[5]

CD-2650

- (ब) शंकु $x^2 + 2y^2 = 2$ से संनाभि शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिये जो बिन्दु (1,1) से होकर जाता है।

Find the confocal conic of conic $x^2 + 2y^2 = 2$ which passes through (1, 1).

- (स) यदि PSP' तथा QSQ' किसी शंकु के दो लम्बरूप नाभिगत जीवाएँ हैं, तो सिद्ध कीजिये कि $\frac{1}{PS.SP'} + \frac{1}{SQ.SQ'}$ अचर है।

If PSP' and QSQ' are two perpendicular focal chords of a conic, then prove that $\frac{1}{PS.SP'} + \frac{1}{SQ.SQ'}$ is constant.

इकाई—4

(UNIT—4)

- (अ) दो बिन्दु P और Q एक गोले S के सापेक्ष संयुग्मी हैं। सिद्ध कीजिये कि PQ को व्यास मानकर बनाया गया गोला S को लाम्बिकतः काटता है।

Two points P and Q conjugate with respect to a sphere S. Prove that the sphere formed with diameter PQ cuts S orthogonally.

- (ब) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका शीर्ष (α, β, γ) और आधार वक्र $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$ है।

Find the equation of the cone with vertex (α, β, γ) and base curve $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$.

(A-100) P. T. O.

[6]

CD-2650

- (स) लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका अक्ष

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} \text{ है तथा त्रिज्या 5 है।}$$

Find the equation of right circular cylinder with axes

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} \text{ and radius 5.}$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ का कोई स्पर्श तल निर्देशाक्षों को A, B, C पर प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए कि ΔABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ

$$\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} + \frac{c^2}{z^2} = 9 \text{ है।}$$

The tangent plane of the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ cuts the axes at A, B, C}$$

respectively. Prove that the locus of the centroid of

$$\Delta ABC \text{ will be } \frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} + \frac{c^2}{z^2} = 9.$$

- (ब) परवलयज $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$ के बिन्दु (4, 3, 5) पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the normal of paraboloid

$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z \text{ at point (4, 3, 5).}$$

C

(A-100)

Scanned with CamScanner

[7]

CD-2650

(स) समीकरण :

$$3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2yz + 2zx + 2xy - 4x - 8z + 5 = 0$$

का समानयन प्रामाणिक रूप में कीजिये। शांकवज की प्रकृति, केन्द्र और अक्षों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Reduce the equation :

$$3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2yz + 2zx + 2xy - 4x - 8z + 5 = 0$$

in standard form. Also find the nature, centre and equation of axis of the conicoid.

<http://www.hyvonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

CD-2650

5,700

Scanned with CamScanner