

(6)

Code No. : S-158

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

OR

यदि  $f$  समूह  $G$  का समूह में एक अन्तर्क्षपी समाकारिता है तो  $K$  का कर्नेल  $K$ ,  $G$  का एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

If  $f$  is on to homomorphism of a group  $G$  in to group . Then kernel of  $f$  i.e.  $K$  is a normal subgroup of group  $G$ .

प्रश्न 5. यदि

और

तो सिद्ध कीजिए

का मान  $2\cos(m\theta + n\phi)$  है।

If  $2\cos\theta = x + \frac{1}{x}$  and

then prove that the value of

is  $2\cos(m\theta + n\phi)$ .

OR

सिद्ध कीजिए कि (Prove that) :

$$\log \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{ix}{2} \right) = i \tan^{-1}(\sin hx)$$

---x---

Code No. : S-158

Annual Examination - 2019

B.Sc. Part - I

MATHEMATICS

Paper - I

ALGEBRA AND TRIGONOMETRY

Max.Marks : 50

Min.Marks : 17

Time : 3 Hrs.

**Note :** Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

$$2\cos\theta = x + \frac{1}{x}$$

Section - 'A'

Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

- प्रश्न 1. तुल्य आव्यूह की परिभाषा दीजिए।  
Define Equivalence matrices.
- प्रश्न 2. आव्यूह का अभिलाक्षणिक समीकरण क्या होता है?  
What is characteristic equation of matrix?
- प्रश्न 3. व्युत्क्रम समीकरण को परिभाषित कीजिए।  
Define Reciprocal Equation.
- प्रश्न 4. दकार्ते का चिन्ह नियम लिखिए।  
Write Descarte's Rule of sign.
- प्रश्न 5. तुल्यता वर्ग की परिभाषा दीजिए।  
Define Equivalence Class.

P.T.O.

(2)

Code No. : S-158

प्रश्न 6. समूह की कोटि को पारिभाषित करो।

Define Order of a Group.

प्रश्न 7. समूहों की तुल्यकारिता को पारिभाषित कीजिए।

Define Isomorphism of groups.

प्रश्न 8. लाग्रान्ज प्रमेय का कथन लिखिए।

Write the statement of Lagrange's Theorem.

प्रश्न 9.  $(\cos \theta + i \sin \theta)^{p/q}$  में कितने मूल होते हैं?

How many roots are there in  $(\cos \theta + i \sin \theta)^{p/q}$  ?

प्रश्न 10. द-मायवर प्रमेय का कथन लिखिए।

Write the statement of De-Moivre's Theorem.

**Section - 'B'**

सolving the following questions :

Solve the following questions :

(3x5=15)

प्रश्न 1. आव्यूह A की जाति ज्ञात कीजिए :

Find the rank of matrix A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

**OR**

निम्नलिखित आव्यूह 'A' के आइगेन मानों को ज्ञात कर संगत आइगेन सदिशों को ज्ञात कीजिए।

Find Eigen values & corresponding Eigen vectors of the following matrix A :

(5)

Code No. : S-158

**OR**

निम्न आव्यूह का कैलि हैमिल्टन प्रमेय का सत्यापन कर  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

Verify Cayley-Hamilton's theorem of the following matrix & find  $A^{-1}$

where

प्रश्न 2. समीकरण

में  $k$  का मान ज्ञात कीजिए जबकि मूल

समान्तर श्रेणी में है और संगत मूलों को ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $k$  of the equation

if their roots

are in A.P. find their roots.

**OR**

समीकरण

को कार्डन विधि से हल कीजिए।

Solve the equation

by Cardan's method.

प्रश्न 3.  $\mathbb{Q}^3$  में  $\mathbb{Q}$  के अदिशों के साथ  $\mathbb{Q}$  को  $\mathbb{Q}^3$  पर परिभाषित है कि सभी धन परिमेय संख्याओं का समुच्चय संक्रिया के साक्ष एक आबेली समूह बनाता है। जबकि संक्रिया निम्न प्रकार से परिभाषित है :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Prove that the set of all positive rational numbers is an abelian group of the operation , where is defined as follows :

$$\forall a, b \in \mathbb{Q}_+$$

**OR**

मान लो  $H$  तथा  $K$  एक समूह  $G$  के दो उपसमूह हैं तब :

Let  $H$  and  $K$  be two subgroups of the group  $G$ . then prove that :

$$O(HK) = \frac{O(H).O(K)}{O(H \cap K)}$$

प्रश्न 4. एक क्रमविनिमेय वलय का प्रत्येक समाकारी प्रतिबिम्ब भी क्रमविनिमेय वलय होता है।

Every Homomorphic Image of a commutative ring is also a commutative ring.

**P.T.O.**

(3) Code No. : S-158

प्रश्न 2. यदि समीकरण के मूल हो तो निम्न सममित फलनों को ज्ञात कीजिए।

If are the roots of the equation , then find the following symmetric functions:

1. 2. 3.

**OR**

फेरारी विधि द्वारा चतुर्घात समीकरण को हल कीजिए :

Solve bi-quadratic equation by Ferrari's Method :

प्रश्न 3. दर्शाइये कि सभी पूर्णाकों के समुच्चय I में संबंध से विभाज्य है } एक तुल्यता सम्बन्ध है।

Show that in the set of all integers I, the Relation

is an equivalence relation.

**OR**

यदि प्रतिचित्रण  $f : R \rightarrow R, f(x) = 2x + 3$  द्वारा तथा प्रतिचित्रण द्वारा परिभाषित हो तो  $(gof)(x)$  तथा  $(fog)(x)$

का मान ज्ञात कीजिए।

If a mapping and a mapping is defined, then find the values of  $(fog)(x)$

and  $(gof)(x)$ .

प्रश्न 4. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक चक्रीय समूह एक आबेली समूह होता है।

Prove that every cyclic group is an Abelian group.

**OR**

यदि कोई समूह समाकारिता है तो  $f$  एकैक होगा यदि और

(3) Code No. : S-158

प्रश्न 2. यदि समीकरण  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  के मूल हो तो निम्न सममित फलनों को ज्ञात कीजिए।

If are the roots of the equation , then find the following symmetric functions:

1. 2. 3.

**OR**

फेरारी विधि द्वारा चतुर्घात समीकरण को हल कीजिए :

Solve bi-quadratic equation by Ferrari's Method :

प्रश्न 3. दर्शाइये कि सभी पूर्णाकों के समुच्चय I में संबंध से विभाज्य है } एक तुल्यता सम्बन्ध है।

~~$f(x) = 2x + 3$~~   $f(x) = 2x + 3$  divisor by 3 }  
 $\sum \alpha$

Show that in the set of all integers I, the Relation

is an equivalence relation.

**OR**

यदि प्रतिचित्रण  $f : R \rightarrow R, f(x) = 2x + 3$  द्वारा तथा प्रतिचित्रण द्वारा परिभाषित हो तो  $(gof)(x)$  तथा  $(fog)(x)$

का मान ज्ञात कीजिए।

If a mapping and a mapping is defined, then find the values of  $(fog)(x)$

and  $(gof)(x)$ .

प्रश्न 4. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक चक्रीय समूह एक आबेली समूह होता है।

Prove that every cyclic group is an Abelian group.

**OR**

यदि कोई समूह समाकारिता है तो  $f$  एकैक होगा यदि और

(4)

Code No. : S-158

केवल यदि  $\ker f = \{e\}$  जहां  $\ker f, f$  की अष्टि है तथा  $f$  समूह  $G$  का तत्समक अवयव है।

If  $f$  is any group homomorphism, then  $f$  is one-one if and only if  $\ker f = \{e\}$ , where  $\ker f$  is the kernel of  $f$  and  $e$  is an identity of a group  $G$ .

- प्रश्न 5. यदि  $m, n$  धन पूर्णांक हों, तो सिद्ध कीजिए कि :  
If  $m, n$  are positive integers, then prove that :

OR

C+iS विधि से निम्न श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए :  
Find summation of following series by C+iS method :

Section - 'C'

निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए।

Solve the following questions : (5x5=25)

- प्रश्न 1. व्युत्क्रमणीय आव्यूहों  $P$  तथा  $Q$  को ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार है कि  $PAQ$  प्रसामान्य रूप में है जहां :  
Find Non-singular matrices  $P$  and  $Q$  is such that  $PAQ$  is in the Normal form of the matrix :

(4)

Code No. : S-158

केवल यदि  $\ker f = \{e\}$  जहां  $\ker f, f$  की अष्टि है तथा  $f$  समूह  $G$  का तत्समक अवयव है।

If  $f$  is any group homomorphism, then  $f$  is one-one if and only if  $\ker f = \{e\}$ , where  $\ker f$  is the kernel of  $f$  and  $e$  is an identity of a group  $G$ .

- प्रश्न 5. यदि  $m, n$  धन पूर्णांक हों, तो सिद्ध कीजिए कि :  
If  $m, n$  are positive integers, then prove that :

OR

C+iS विधि से निम्न श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए :  
Find summation of following series by C+iS method :

$$\frac{(a+ib)^m + (a-ib)^m}{2} = 2(a^2 + b^2)^{m/2} \cos\left(\frac{m}{n} \tan^{-1} \frac{b}{a}\right)$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Section - 'C'

निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए।

Solve the following questions : (5x5=25)

- प्रश्न 1. व्युत्क्रमणीय आव्यूहों  $P$  तथा  $Q$  को ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार है कि  $PAQ$  प्रसामान्य रूप में है जहां :  
Find Non-singular matrices  $P$  and  $Q$  is such that  $PAQ$  is in the Normal form of the matrix :