

CD-2648

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2019

MATHEMATICS

Paper First

(Algebra and Trigonometry)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-1

(UNIT-1)

1. (अ) निम्नलिखित आव्यूह का प्राथमिक संक्रियाओं (रूपान्तरणों) का प्रयोग कर प्रतिलोम ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Use only elementary operations (transformation) and find the inverse of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(A-56) P. T. O.

- (ब) आव्यूह A के आइगेन मान तथा संगत आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ :

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Determine the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matrix A, where :

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

- (स) कैली-हैमिल्टन प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए। State and prove Cayley-Hamilton theorem.

इकाई-2

(UNIT-2)

2. (अ) निम्नलिखित समीकरणों का उभयनिष्ठ हल आव्यूह विधि से ज्ञात कीजिए : <http://www.hyvonline.com>

$$x + y + z = -3$$

$$3x + y - 2z = -2$$

$$2x + 4y + 7z = 7$$

Find common solution of the following equations by matrix method :

$$x + y + z = -3$$

$$3x + y - 2z = -2$$

$$2x + 4y + 7z = 7$$

- (ब) भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए जबकि $x^5 - 3x^4 + x^3 - 8x - 135$ को $x - 4$ से भाग दिया जाता है।

Find the quotient and remainder when $x^5 - 3x^4 + x^3 - 8x - 135$ is divided by $x - 4$.

- (स) यदि समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के दो मूलों का योग तीसरे मूल के बराबर हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$p^3 - 4pq + 8r = 0$$

If the sum of two roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ is equal to the third root, then prove that :

$$p^3 - 4pq + 8r = 0$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) सिद्ध कीजिए कि यदि $f : A \rightarrow B$ एकैकी आच्छादक हो, तो $f^{-1} : B \rightarrow A$ भी एकैकी आच्छादक होगा।

Prove that if $f : A \rightarrow B$ is one-one onto, then $f^{-1} : B \rightarrow A$ is also one-one onto.

- (ब) सिद्ध कीजिए कि समूह G के अरिक्त उपसमुच्चय H के उपसमूह होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध यह है कि :

$$a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$$

Prove that the necessary and sufficient condition for a non-empty subset H of a group G to be a subgroup of G is :

$$a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$$

- (स) लैग्रान्ज के प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Lagrange's theorem.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) यदि f समूह G का समूह G' में एक अन्तर्क्षेपी समाकारिता है, तो सिद्ध कीजिए कि f का कर्नेल K, G का एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

(A-56) P. T. O.

Scanned with CamScanner

If f is a homomorphism of a group G into group G' , then prove that the kernel K of f is a normal subgroup of G .

- (ब) सिद्ध कीजिए कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है।

Prove the intersection of two subrings is a subring.

- (स) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित पूर्णाकीय प्रान्त एक क्षेत्र होता है।

Prove that every finite integral domain is a field.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) दिखाइए कि :

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2 \tan^{-1} x$$

Show that :

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2 \tan^{-1} x$$

- (ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$\tanh^{-1} x = \sinh^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Prove that :

$$\tanh^{-1} x = \sinh^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

- (स) श्रेणी का योग कीजिए :

$$\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{2^2} \sin 3\alpha + \dots \infty$$

Sum the series :

$$\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{2^2} \sin 3\alpha + \dots \infty$$

Scanned with CamScanner