a2zSubjects.com

Paper Second : 2017 Annual
Calculus

Time : Three Hours] *[Maximum Marks : 50*

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान है। All questions are compulsory. Solve any two parts of each question. All questions carry equal marks.

UNIT - 1

(अ) दर्शाइये कि फलन $f(x)$, $x = 0$ पर असंतत है :
Show that the function $f(x)$ is discontinuous at $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^{\frac{1}{x}} + 1}, & \text{when } x \neq 0 \\ 0, & \text{when } x = 0 \end{cases}$$

(ब) यदि $y = a \cos \log x + b \sin \log x$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :
If $y = a \cos \log x + b \sin \log x$, then prove that :

$$x^2 y_{n+2} + (2n + 1)\, x y_{n+1} (n^2 + 1)\, y_n = 0$$

(स) सिद्ध कीजिए कि : Prove that :

a2zSubjects.com

$$\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \ldots\ldots$$

UNIT - 2

(अ) वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ की सभी अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।
Find all asymptotes of the curve $x^3 + y^3 = 3axy$.

(ब) वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ का अनुरेखण कीजिए।
Trace the curve $x^3 + y^3 = 3axy$.

(स) सिद्ध कीजिए कि कैटेनरी $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ के बिन्दु (x, y) पर वक्रता त्रिज्या $\frac{y^2}{c}$ है। Prove that the radius of curvature of catenary $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ at a point (x, y) is $\frac{y^2}{c}$.

UNIT - 3

(अ) सिद्ध कीजिए कि : Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi}{2ab}$$

(ब) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
Find the total area of ellipse : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

(स) त्रिज्या a के ठोस गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए।
Find the total surface of solid sphere of radius a.

UNIT - 4

(अ) हल कीजिए : Solve : $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \sec x$

(ब) हल कीजिए : Solve : $(px - y)(py + x) = h^2 p$

(स) निम्नलिखित वक्र-कुल की लंबकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए : Find orthogonal trajectories of the following family of curves :

$$r = a(1 + \cos \theta)$$

UNIT - 5

(अ) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :
Solve by variation of parameters method :

a2zSubjects.com

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$$

a2zSubjects.com

(ब) हल कीजिए Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} + (\cot x)\frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$

(स) हल कीजिए Solve : $\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{x^2 + y^2}$

a2zSubjects.com