

**Paper First : 2017 Annual**  
**Algebra and Trigonometry**

Time : Three Hours

[Maximum Marks : 50]

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। All questions are compulsory. Solve any two parts of each question. All questions carry equal marks.

**UNIT - 1**

(अ) निम्नलिखित आव्यूह को प्रसामान्य रूप में बदलकर उसकी शून्यता ज्ञात कीजिए :  
 Change the following matrix into normal form & find its nullity

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (ब) सिद्ध कीजिए कि किसी वर्ग आव्यूह के अभिलाक्षणिक मूलों का गुणन आव्यूह के सारणिक के बराबर होता है।  
 Prove that in any square matrix the multiplication of their characteristic roots is equal to the determinant of matrix.
- (स) प्रारम्भिक रूपान्तरण की सहायता से निम्नलिखित आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए :  
 Find inverse of given matrix with the help of elementary transformation :

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

**UNIT - 2**

(अ) देकार्टे के चिन्ह नियम की सहायता से निम्नलिखित समीकरण के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए : Find the nature of roots of given equation by the help of Descartes' sign rule :

$$x^{10} - 4x^6 + x^4 - 2x - 3 = 0$$

- (ब) वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल दिए गए समीकरण के मूलों से 3 कम हैं :  
 Find equation whose roots are diminished by 3 by the roots of given equation :  $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$
- (स) निम्नलिखित समीकरणों का उभयनिष्ठ हल आव्यूह विधि से ज्ञात कीजिए : Find common solution of the following equations by matrix method:

$$x + y + z = -3$$

$$3x + y - 2z = -2$$

$$2x + 4y + 7z = 7$$

**UNIT - 3**

- (अ) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6; X_6\}$  के सापेक्ष कोटि 6 का एक आबेली समूह है। Prove that set  $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6; X_6\}$  is an abelian group of order 6.
- (ब) लैग्रान्ज के प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।  
 State and prove Lagrange's theorem.
- (स) दिखाइये कि किसी चक्रीय समूह के जनक की कोटि चक्रीय समूह की कोटि के बराबर होती है। Show that order of generator of a cyclic group is equal to the order of that group.

**UNIT - 4**

- (अ) तुल्यकारिता को परिभाषित कीजिए और दिखाइये कि सभी समूहों के समुच्चय में परिभाषित तुल्यकारिता का संबंध तुल्यता संबंध होता है।  
 Define Isomorphism and show that the relation of isomorphism in a set of groups is an equivalence relation.
- (ब) क्या प्रत्येक क्षेत्र अनिवार्यतः एक पूर्णांकीय डोमेन होता है ? अपने उत्तर की विवेचना कीजिए। Is each field necessary an integral domain ?  
 Explain your answer.
- (स) सिद्ध कीजिए कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है।  
 Prove that intersection of two subrings is a subring.

**UNIT - 5**

- (अ) मान ज्ञात कीजिए : Find the value of :  $\sin^{-1}(\cos \theta + i \sin \theta)$
- (ब)  $\cos 7\theta$  को  $\cos \theta$  के पदों में व्यक्त कीजिए।  
 Express  $\cos 7\theta$  in terms of  $\cos \theta$ .
- (स) यदि  $\cos(u + i\theta) = x + iy$ , तब सिद्ध कीजिए :  
 If  $\cos(u + i\theta) = x + iy$ , then show that :

$$(i) \frac{x^2}{\cosh^2 u} + \frac{y^2}{\sinh^2 u} = 1 \quad (ii) \frac{x^2}{\cos^2 v} - \frac{y^2}{\sin^2 v} = 1$$